Chapitre 5

Swap de Taux et Asset-Swap Gov/Corp

On commence par une présentation générale des swaps de taux fixe contre variable (Euribor) en insistant sur les spécificités de ses instruments à savoir, les structures de cashflows (hors bilan) et le mode de cotation (OTC). Les taux zéro-coupon swap s'obtiennent directement à partir des taux au pair cotés et permettent le pricing de structures « hors marchés » et la valorisation de positions en cours de vie. On présente les deux approches équivalentes de valorisation/pricing d'un swap de taux. La méthode par projection des taux forwards nous permettra de donner une interprétation d'un taux de swap (LT) en terme d'anticipations sur les taux Euribor (CT). La méthode par décomposition du swap en éléments simples (synthétique) nous permettra d'introduire les Floating Rate Notes (FRN). On s'intéressera ensuite au concept d'asset-swap (swap vs obligation) en présentant deux structures possibles, les asset-swaps structurés (mêmes structures de cashflows) et non structurés (mêmes sensibilités). On terminera par le pricing de la marge d'un asset-swap structuré au-dessus du taux Euribor et l'analyse (économique et financière) de cette marge d'asset swap (appelé aussi spread d'asset swap) pour une obligation d'Etat ou corporate.

5.1 Swap de Taux : Généralités

Dans cette section nous allons définir les swaps de taux sur le plan contractuel (principe et structure), expliquer les avantages théoriques et pratiques qu'ils apportent aux acteurs financiers (intérêt et utilisation) et décrire la façon dont ils sont cotés sur le marché (négociation et cotation).

5.1.1 Généralités sur les Swap

On considère généralement que le premier swap de taux au sens moderne du terme a été négocié en 1981 entre IBM et la Banque Mondiale par l'entremise de la banque d'affaire Salomon Brothers. Il s'agissait d'un « swap de devises » (cross-currency swap) c'est-à-dire d'un swap de taux dont les deux branches sont libellées dans des devises différentes. Le marché des swaps s'est ensuite considérablement développé au cours des deux décennies qui ont suivi ce premier contrat que ce soit en terme de volume traité (second marché juste derrière le marché des dettes d'Etat) que de structures de swaps répondants à des besoins spécifiques (notamment au sein même du marché interbancaire).

Ce chapitre est principalement dédié à l'études des swaps de taux et des asset-swaps. Une liste (non-exhaustive) de structures de swaps est donnée à titre indicatif dans le tableau 5.1 afin d'illustrer le caractère versatile du concept. Nous renvoyons le lecteur aux livres de Chazot & Claude (1999)[1] et Marteau & Dehache (2001)[2] pour l'étude détaillée des différentes structures de swap non traitées dans ce chapitre.

Type de Swap	Description
Swap de Taux	Un Swap de Taux standard ou « plain vanilla », est un swap (mono-devise) où les contractants échangent un flux d'intérêt à taux fixe contre un flux d'intérêt à taux variable
Swap de Base	Un Swap de Base est une variante du swap de taux standard, où les flux d'intérêts sont à taux variables mais portent sur des indices de taux différents
Swap de Devises	Les Swap de Devises (Cross Currency Swap) sont des swap de taux dont les flux sont libéllés dans deux devises différentes. A noter que les flux en capital sont échangés dans ce type de structure
Swap à Départ Différé	Un Swap à Départ Différé ou swap forward est un swap de taux dont la date de valeur (départ) se situe à une date future (> J+2)
Swap Amortissable	Un Swap Amortissable est un swap dont le nominal est amortit progressivement au cours du temps. Il est principalement utilisé pour couvrir un actif dont le nominal est amortit de la même façon
Swap Zéro-Coupon	Un Swap Zéro-Coupon est un swap standard « fixe vs variable » dont on a regroupé les cashflows sur la branche fixe en un seul paiement (payé « in fine » ou « upfront »)
Asset-Swap	Un Asset-Swap est une structure synthétique constitué d'une obligation et d'un swap « hors marché » permettant de transformer l'obligation à taux fixe en une obligation à taux variable
Constant Maturity Swap (CMS)	Le Constant Maturity Swap est un swap de taux d'intérêts dans lequel le taux variable est indexé sur un taux à long terme (ex : taux du swap 3Y ou indice TEC10)
Total Return Swap	Un Total Return Swap permet d'échanger le flux en intérêt ainsi que les variations de mark-to-market d'une obligation de référence contre une indexation à taux variable (Euribor) augmentée d'une marge

TAB. 5.1 – Typologie (Non Exhaustive) des Structures de Swap

Deux facteurs principaux ont contribué au développement du marché des swaps :

– Les swaps sont par nature des instruments « hors bilan » dont le risque de crédit

1. Chazot C. & Claude P. (1999), « Les Swaps : Concepts et Applications », Economica (Collection Gestion)
2. Marteau D. et Dehache D. (2001), Les Produits Dérivés de Crédit, Editions ESKA

ne porte que sur le différentiel de valorisation entre les deux branches à une date donnée (valeur latente d'une transaction de swap en cours de vie). Ainsi un swap négocié entre deux banques de première catégorie (marché OTC interbancaire) peut être considéré comme exempt de risque de crédit en première approximation. Par ailleurs, des procédures de réduction du risque de crédit (accords de netting, appels de marges en cash ou en actifs, clauses d'annulation anticipée) permettent de réduire encore ce risque notamment pour les swaps à long terme [3]

– L'International Swaps and Derivatives Association (ISDA) est une structure professionnelle regroupant les différents intervenants du marché des swaps (initialement) et des autres marchés de produits dérivés OTC. L'ISDA a standardisé les contrats de swap à travers la création de contrats types (ISDA Master Agreement) reconnus et utilisés par tout les intervenants du marché. Cette standardisation des contrats de swap a permis d'accroitre la transparence et la liquidité du marché tout en réduisant le risque juridique

Avec un impact limité en terme de risque de crédit (pas d'échange de flux en capital) et de risque juridique (standardisation), les swaps sont devenus des instruments dérivés OTC les plus couramment utilisés notamment au sein du marché interbancaire.

5.1.2 Swap de Taux : Principe et Structure

Un swap de taux est un contrat d'échange de flux d'intérêts (fixe contre variable) entre deux contreparties A et B. Ces flux (appelés « branches » ou « jambes » du swap) sont calculés sur la base de positions obligataires sous-jacentes (fictives) en tous points identiques à l'exception du mode d'indexation :

1. Type de taux (fixe vs variable)
2. Périodicité des coupons [4]

Supposons que deux contreparties A et B s'engagent dans un contrat de swap de taux (fixe vs variable) pour :

– Une maturité T
– Un montant nominal N
– Un taux de swap C (sur la branche fixe)

Regardons les flux provenant des branches fixe et variable du point de vue de la contrepartie A [5].

Sur la branche fixe du swap, la contrepartie A va recevoir aux dates t_i (i=1…K) un montant d'intérêt Ff_i calculé à partir du taux fixe C :

$$Ff_i = N \times C \times f_{Fixe} \qquad avec \qquad Base_{Fixe} = \frac{30}{360}$$

3. Les problématiques de gestion du risque de crédit sur les swaps (et sur les produits dérivés OTC plus généralement) sortent du cadre de ce cours. Néanmoins, la crise des subprimes (2007-2009) puis celle des dettes d'Etat au sein de la zone Euro (2010-2012) montrent à quel point ces problématiques que l'on peut considérer comme secondaires en temps normal ne le sont plus lorsque la liquidité et la solvabilité du système bancaire est structurellement dégradée. La faillite de la banque Dexia en 2011 est à ce titre assez révélatrice. La conjonction de deux évènements a priori improbables (baisse des taux de swap en pleine crise de liquidité bancaire et dégradation, par les agences de notation, de plusieurs Etats au sein de la zone Euro) ont eu raison de cette banque. Déjà touchée par un énorme portefeuille de swaps de taux en mark-to-market négatif (du fait de la baisse des taux swaps), l'agence Moody's a définitivement condamné la banque Dexia en anonçant la mise sous revue (avec implication négative) de sa notation en Septembre 2011 (cf. interview de Pierre Mariani au quotidien lesoir.be du 20 Octobre 2011).

4. En général, cette périodicité est de 1A sur la branche fixe et de 3M à 6M sur la branche variable

5. Les flux sont identiques pour la contrepartie B mais de signes contraires

Le graphique 5.1 permet de visualiser le flux d'intérêt correspondant à la branche fixe du swap du point de vue de la contrepartie A.

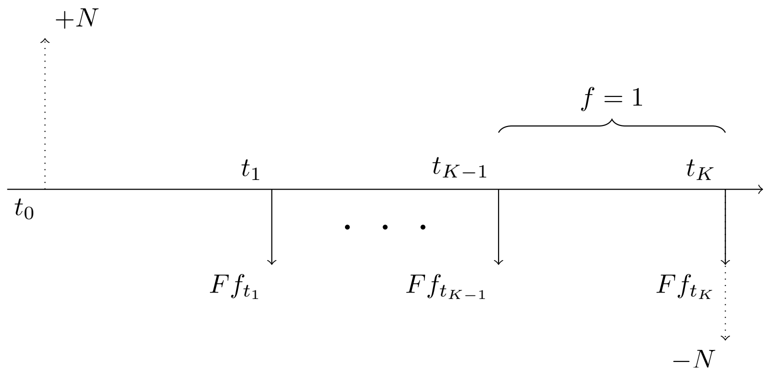

FIG. 5.1 – *Cashflows sur la Branche Fixe (1A) du Swap*

Sur la <u>branche variable du swap</u>, la contrepartie A va payer aux dates $t_j^{'}$ (j=1…M) un montant d'intérêt Fv_j indexé sur un taux variable Z_j (indice Euribor 6M) :

$$\widetilde{Fv}_i = N \times \tilde{Z}_j \times f_{Variable} \qquad avec \qquad Base_{Variable} = \frac{Exact}{360}$$

Le graphique 5.2 permet de visualiser le flux d'intérêt correspondant à la branche variable du swap du point de vue de la contrepartie A. Seul le premier cashflow Fv_1 est connu en date d'initialisation du swap, les autres cashflows Fv_j (j=2…M) ne seront connus qu'en date de fixing des taux Euribor correspondants.

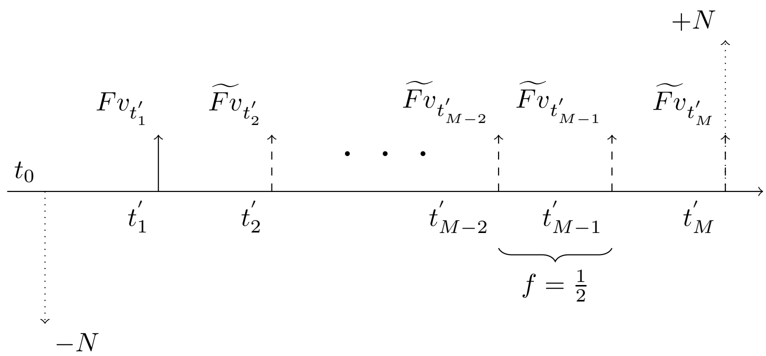

FIG. 5.2 – *Cashflows sur la Branche Variable (6M) du Swap*

La légende des graphiques 5.1 et 5.2 est la suivante :

———→	Flux certains connus à l'initiation du swap (branches fixe et variable)
- - - - - - -→	Flux incertains dont le montant exact sera connu en début de période de coupon (branche variable)
··········→	Flux en capital non échangés dans le cadre d'un contrat de swap mais représentés à titre indicatif

Le montant nominal N qui sert au calcul des flux d'intérêts est le même sur chaque branche (mais n'est pas échangé) et les dates de départ et de fin sont les mêmes sur la branche fixe et la branche variable :

$$t_0 = t_0' = 0 \qquad et \qquad t_K = t_M' = T$$

Un swap est un instrument financier « hors bilan » car seuls les flux d'intérêt sont échangés et non les flux en capital. De surcroît, la valeur de marché d'une transaction de swap à l'initiation du swap est nulle (les branches fixe et variables se compensant parfaitement en terme de valorisation) :

$$\boxed{V_{Swap} \equiv 0 \qquad (\grave{a}\ l'initiation\ de\ la\ transaction)}$$

Par conséquent, une transaction de swap (standard) ne donne lieu à aucun paiement en date de valeur du swap (J+2) de la contrepartie « acheteuse » vers la contrepartie « vendeuse ».

Par convention, la branche fixe du swap sert de référence sur le marché des swaps et il est d'usage de dire que[6] :

- La contrepartie B « paye le fixe »
- La contrepartie A « reçoit le fixe »

Dans la suite de ce chapitre, nous allons uniquement nous intéresser aux swaps de taux fixe contre variable « plain vanilla ».

5.1.3 Swap de Taux : Intérêt et Utilisation

Sur un plan théorique, l'intérêt des swaps peut s'analyser dans le cadre de la théorie des avantages comparatifs de David Ricardo[7].

Considérons deux entreprises X et Y dont les conditions d'emprunts auprès de leurs banques respectives sont données dans le tableau 5.2 ci-dessous :

	Entreprise X	Entreprise Y
Notation	AAA	BBB
Taux Fixe	10%	11.2%
Taux Variable	Xibor + 20bp	Xibor + 75bp

Tab. 5.2 – Conditions d'Emprunts des Entreprises X et Y

Si l'entreprise X possède un avantage absolu par rapport à l'entreprise Y en terme de conditions d'emprunt à taux fixe et à taux variable (lié à sa meilleure notation), on constate néanmoins que :

- L'entreprise Y a un avantage relatif à emprunter à taux variable (+55bp) plutôt qu'à taux fixe (+120bp) par rapport aux conditions dont bénéficie l'entreprise X
- L'entreprise X a un avantage relatif à emprunter à taux fixe (-120bp) plutôt qu'à taux variable (-55bp) par rapport aux conditions dont bénéficie l'entreprise Y

6. On dit aussi que la contrepartie B « paye le swap », « est emprunteur du swap » ou « est vendeur du swap » et symétriquement que la contrepartie A « reçoit le swap », « est prêteur du swap » ou « est acheteur du swap »

7. David Ricardo (1772-1823) est un économiste anglais du XIX^e siècle considéré comme l'un des principaux représentants de l'école « classique »

Si l'entreprise X souhaite emprunter à taux variable tandis que l'entreprise Y souhaite emprunter à taux fixe, il est possible d'obtenir des conditions de taux améliorées pour les deux entreprises avec l'accord suivant :

- X emprunte à taux fixe et « swappe » (reçoit le fixe 10.1% contre Euribor)
- Y emprunte à taux variable et « swappe » (paye le fixe 10.2% contre Euribor)

Le contrat de swap entre les entreprises X et Y est intermédié par un courtier (broker) qui prend dans notre exemple 10bp de marge d'intermédiation (voir le graphique 5.3 ci-dessous).

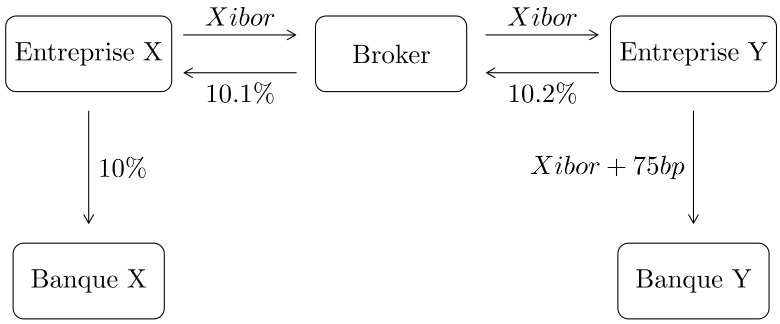

FIG. 5.3 – *Relations entre les Différents Intervenants*

Conformément à la théorie de Ricardo les deux entreprises ont donc intérêt à se « spécialiser » sur leurs avantages relatifs et à les échanger (swap) pour améliorer globalement leurs conditions d'emprunt là où elles ont un désavantage relatif. En s'échangeant ainsi leurs avantages comparatifs, les deux sociétés réalisent un gain (30bp pour X et 25bp pour Y) par rapport à leurs propres conditions d'emprunt.

Sur un plan pratique, les swaps permettent aux acteurs financiers (Etats, banques, assurances, sociétés de gestion, entreprises, etc.) de modifier le profil de risque (taux, crédit, change, etc.) de leur bilan sans rien changer au bilan lui-même. En d'autres termes, l'intérêt principal des swaps sur le plan pratique est de séparer la gestion des risques de la gestion de la liquidité (financement/investissement).

Swaps => Gestion séparée Risques / Liquidité

Les avantages que les acteurs financiers tirent de l'utilisation des swaps sont doubles :

1. Flexibilité : Ajuster le profil de risque d'un bilan via des swaps est plus simple, plus rapide et moins couteux que la solution classique consistant « restructurer » le bilan lui-même par la vente d'actifs (potentiellement illiquides) ou la modification du passif (fonds propres/dettes) qui nécessite l'accord des actionnaires et/ou créanciers
2. Opportunités : Le marché des swaps ouvre des perspectives en terme de profils de risque possibles (actifs/passifs) qui ne sont pas envisageables par l'approche classique pour des raisons principalement réglementaires (quelles soient externes ou internes)

Afin d'illustrer ces considérations générales, donnons trois exemples classiques de l'utilisation des swaps de taux :

- Une banque, qui prévoit d'emprunter à échéance pour respecter ses contraintes réglementaires en matière de liquidité (coefficient de liquidité), peut avoir intérêt à fixer dès aujourd'hui son taux d'emprunt via un swap « fixe vs variable » si elle anticipe une hausse des taux. Elle va donc monter une position de swap « payeur taux fixe vs receveur taux variable » dont la particularité est d'être à départ différé. Ce swap pourra être débouclé le jour où l'emprunt sera effectivement réalisé dans le marché

(interbancaire). Le pricing des swaps à départs différés ou swaps forwards est étudié au paragraphe 5.2.2.
- Une entreprise qui, pour des raisons de taille et/ou de rating, ne peut pas se financer à long terme à taux fixe peut transformer les emprunts successifs (roll-over) à court terme réalisés au prés du système bancaire en taux fixe à long terme via un swap de taux « fixe contre variable » (elle paye le fixe et reçoit le variable). Cette opération peut lui permettre d'accroître sa visibilité financière vis-à-vis des actionnaires (hausse de son cours de bourse). Notons cependant que si le profil de risque au passif a été modifié par le swap, le risque de liquidité lui reste inchangé (roll-over d'emprunts)
- Une société de gestion peut accroître le rendement d'un fond « court terme » en se portant acquéreur d'un « asset-swap » sur une signature corporate qui lui rapporte Euribor plus une marge. Cette opération lui permet de bénéficier d'une rémunération à taux variable plus élevée que les placements à court terme classiques (en particulier l'interbancaire qui rémunère à Euribor) liée au risque de signature (émetteur corporate) et à la maturité de l'obligation sous-jacente à l'asset-swap (long terme). Ce type de structure combinée « obligation + swap », appelée « asset swap », sera étudiée à la section 5.3

Dans les trois cas, ce sont bien des contraintes réglementaires qui motivent les agents économiques considérés à utiliser le marché des swaps [8]. Une fois encore, le lecteur pourra consulter l'ouvrage de référence de Chazot & Claude (1999) pour une présentation détaillée d'exemples concrets d'utilisation des swaps de taux.

5.1.4 Swap de Taux : Négociation et Cotation

Le marché des swaps est un marché de gré-à-gré (OTC) principalement inter-bancaire dans lequel les courtiers swap [9] centralisent les intérêts « emprunteur » et « prêteur » des intervenants tandis que plusieurs grandes banques internationales assurent la « liquidité » du marché via leurs desks de market making swap.

Les market-makers cotent les swaps de taux (fixe contre variable) « au pair » avec indéxation Euribor tous les jours sur les principales maturités standards du 2A au 15A.

Le taux C du swap (branche fixe) sert de variable de cotation

Les market-makers cotent un taux prêteur (P) et un taux emprunteur (E) pour chaque maturité. Les taux prêteurs sont supérieurs au taux emprunteurs, la différence tient compte :

- Du coût de couverture (« prix de revient »)
- Des coûts de structures (imputables à l'activité de market-making swaps)
- De la marge nette de l'activité de market-making

Dans ce chapitre et sauf mention contraire on utilisera des taux « milieu de fourchette » (Mid) dans les formules ainsi que dans les exemples numériques.

Pour un market-maker donné, l'ensemble des fourchettes [taux prêteur - taux emprunteur] sur les maturités allant du 1A au 15A constitue la courbe des taux swap « au pair » (Cf. tableau 5.3 ci-dessous dans lequel nous avons ajouté les taux « milieu de fourchette »).

8. La logique consistant à échapper à ses contraintes réglementaires voir même à tromper ses autorités de tutelles en utilisant le marché des swaps a atteint son paroxisme avec le swap de devise monté en 2001 par la banque Goldman Sachs pour l'Etat Grec. L'« astuce » utilisée par Goldman Sachs pour permettre à la Grèce de présenter un ratio dette sur PIB « conforme » aux critères de Maastricht a consisté à déguiser de la dette en un cross-currency swap (YEN/USD) dont le taux de change contractuel (YEN/USD) était sciemment abérant (hors marché). Il s'agit là d'un exemple « extrême » qui ne mérite probablement pas mieux qu'une note de bas de page mais qui illustre néanmoins le caractère « versatile » des swaps, notamment pour les régulateurs

9. Ex : Cantor Fitzgerald ou ICAP

Maturité	2A	3A	...	5A	...	15A
Taux Prêteur	$C_{P,2A}$	$C_{P,3A}$	...	$C_{P,5A}$	...	$C_{P,15A}$
Taux Emprunteur	$C_{E,2A}$	$C_{E,3A}$	...	$C_{E,5A}$	...	$C_{E,15A}$
Taux Mid-Market	$C_{Mid,2A}$	$C_{Mid,3A}$	...	$C_{Mid,5A}$	...	$C_{Mid,15A}$

TAB. 5.3 – Courbes de Taux Swap « Au Pair »

Les taux « milieu de fourchette » sont, sans surprise, calculés de la façon suivante :

$$C_{Mid,k} = \frac{C_{P,k} + C_{E,k}}{2} \qquad avec \qquad C_{P,k} > C_{E,k} \qquad (k = 1A \dots 15A)$$

Comme les taux de swap cotés sont des taux « au pair » (les branches fixes sont assimilables à des obligations « au pair »), il est donc possible de calculer les taux zéro-coupon swap à partir des taux de swap « au pair » en utilisant la méthode directe décrite au Chapitre 3.

En raisonnant sur les taux « milieu de fourchette », on obtient la courbe des taux zéro-coupon cherchée représentée par le tableau 5.4 ci-dessous.

Maturité	2A	3A	...	5A	...	15A
Taux ZC	$Z_{Mid,2A}$	$Z_{Mid,3A}$	...	$Z_{Mid,5A}$	...	$Z_{Mid,15A}$

TAB. 5.4 – Courbe des Taux Swap « Zéro-Coupon »

Cette courbe des taux zéro-coupon swap sera complétée sur sa partie CT par les taux de FRA (avec indexation Euribor) sur les maturités (3M-2A) et par les taux Euribor sur les maturités plus courtes (1S - 3M) ou encore par les taux des swaps OIS (à court terme).

Pour rappel, si Z_k est le taux zéro-coupon swap pour la maturité k exprimé en convention actuarielle, le facteur d'actualisation correspondant ρ_k s'écrit :

$$\rho_k = \frac{1}{(1 + Z_k)^{f_k}}$$

f_k est la fraction d'année correspondant à la maturité k.

Il est important de noter que si les taux zéro-coupon obligataires sont les taux des obligations (fictives) zéro-coupon correspondantes, les taux zéro-coupon swaps ne sont en aucun cas les taux des swap (fictifs) zéro-coupon correspondants.

Taux Zéro-Coupon Swap $\neq$ Taux du Swap Zéro-Coupon (correspondant)

Les courbes de taux zéro-coupon swap sont utilisées pour valoriser un swap en cours de vie (latent) et pricer un swap sur une maturité non cotée ou un swap « hors marché » comme nous allons le voir dans les sections 5.2 et 5.3 qui suivent.

A titre d'exemple, calculons la courbe des taux zéro-coupon swap à partir des taux de swap cotés du 1A au 5A (cf. Tableau 5.5).

Maturité	1A	2A	3A	4A	5A
Taux « Mid »	2.50	2.75	2.98	3.19	3.38

TAB. 5.5 – Exemple - Courbe des Taux Swap « Au Pair »

On complète ces données par le taux Euribor 6M à 2.25% (taux monétaire).

Le tableau 5.6 ci-dessous donne les taux zéro-coupon swap du 6M au 5A ainsi que les facteurs d'actualisation correspondants.

Maturité	Taux ZC	Facteur d'Actualisation
0.5A	2.250	0.98888
1.0A	2.500	0.97561
1.5A	2.627	0.96185
2.0A	2.753	0.94712
2.5A	2.871	0.93167
3.0A	2.989	0.91542
3.5A	3.099	0.89870
4.0A	3.208	0.88135
4.5A	3.308	0.86376
5A	3.409	0.84570

TAB. 5.6 – Exemple - Courbe des Taux Swap Zéro-Coupon

Méthodologie de calcul :

- Les taux zéro-coupon de maturités entières (x.0A) sont calculés à partir de taux « au pair » en utilisant la méthode directe
- Les taux zéro-coupon de maturités non entières (x.5A) sont calculés par interpolation linéaire

5.2 Swap de Taux : Valorisation et Pricing

Comme pour tous les intruments étudiés jusqu'à présent, « valoriser un swap » consiste essentiellement à calculer la valeur latente d'une position de swap de taux en cours de vie (swap négocié initialement à un taux C). De même, « pricer un swap » est en quelque sorte le problème inverse consistant trouver le taux de swap C (branche fixe) pour lequel la valorisation du swap est nulle.

5.2.1 Valorisation d'un Swap de Taux

La méthode consiste à valoriser séparemment la branche fixe et la branche variable du swap.

Seule la branche variable pose problème, deux méthodes (équivalentes) seront présentées à cet égard :

- Valorisation par projection des taux forwards
- Valorisation par arbitrage (AOA)

5.2.1.1 Méthode Générale de Valorisation

Une position de swap de taux standard (receveur) peut être analysée comme deux positions obligataires émises « au pair » le jour de négociation :

- Long obligation à taux fixe (le taux du swap C)
- Short obligation à taux variable dont la maturité du taux de référence (ex : 3M) est égale à la périodicité des fixings (ex : 3M)

En conséquence, la valeur du swap (du point de vue du prêteur) à une date quelconque t ($t_i^{'}$ < t < $t_{i+1}^{'}$), est égale à la différence entre la valeur de l'obligation à taux fixe et la valeur de l'obligation à taux variable :

$$\boxed{V_{Swap} = V_{Fixe} - V_{Variable}}$$

La valeur de l'obligation à taux fixe est obtenue par un pricing zéro-coupon, c'est-à-dire par la somme des cashflows certains actualisés dans la courbe des taux zéro-coupon swap :

$$V_{Fixe} = C \times \sum_{k=h+1}^{K} \rho_{t,t_k} + 100 \times \rho_{t,t_K}$$

h est la date de début de période du prochain coupon sur la branche fixe du swap.

Par contre, la valorisation de l'obligation à taux variable pose problème du fait de l'incertitude sur les cashflows futurs.

On peut néanmoins écrire en toute généralité [10]:

$$V_{Variable} = \sum_{j=i+1}^{M} \rho_{t_j^{'}} \times E_{\mathbb{Q}}\left[\widetilde{Fv}_{t_j^{'}}\right] + 100 \times \rho_{t_M^{'}}$$

i est la date de début de période du prochain coupon sur la branche variable du swap.

5.2.1.2 Valorisation par Projection des Taux Forwards

Nous allons présenter ici la méthode dite de « valorisation par projection des taux forwards » décrite initialement par Chazot C. & Claude P. dans leur ouvrage de référence précédemment cité. Cette méthode consiste à supposer que les taux forwards se réalisent et donc à remplacer les E[.] par leurs équivalents « forwards ». Notons que la méthode de « valorisation par projection des taux forwards » se justifie simplement par les bonnes propriétés des taux forwards en tant qu'estimateurs non biaisés (ex-ante) des taux spots futurs correspondants comme nous l'avons montré au Chapitre 2.

On peut remplacer dans la formule de valorisation de la branche variable du swap $E_{\mathbb{Q}}\left[\widetilde{Fv}_{t_i^{'}}\right]$ par son équivalent certain calculé à partir des taux forwards :

$$E_{\mathbb{Q}}\left[\widetilde{Fv}_{t_i^{'}}\right] = 100 \times \frac{t_i^{'} - t_{i-1}^{'}}{360} \times R^{Fwd}_{t_i^{'},t_{i-1}^{'}}$$

$R^{Fwd}_{t_i^{'},t_{i-1}^{'}}$ est le taux forward (en convention monétaire) calculé dans la courbe des taux swap à la date t.

10. $E_{\mathbb{Q}}\left[\widetilde{F}\right]$ est l'espérance mathématique de la variable aléatoire $\widetilde{F}$ sous la probabilité $\mathbb{Q}$

Par définition du taux forward, on a :

$$\left(1+Z_{t'_{i-1}}\right)^{\frac{t'_{i-1}-t}{360}} = \left(1+\frac{t'_i - t'_{i-1}}{360} \times R^{Fwd}_{t'_i,t'_{i-1}}\right) \times \left(1+Z_{t'_i}\right)^{\frac{t'_i-t}{360}}$$

D'où on l'on tire :

$$R^{Fwd}_{t'_i,t'_{i-1}} = -\frac{360}{t'_i - t'_{i-1}} \times \left[\frac{\left(1+Z_{t'_{i-1}}\right)^{\frac{t'_{i-1}-t}{360}}}{\left(1+Z_{t'_i}\right)^{\frac{t'_i-t}{360}}} - 1\right]$$

soit :

$$R^{Fwd}_{t'_i,t'_{i-1}} = -\frac{360}{t'_i - t'_{i-1}} \times \left[\frac{\rho_{t'_i}}{\rho_{t'_{i-1}}} - 1\right]$$

Calculons maintenant $\mathrm{V_{Variable}}$ en partant de la formule générale donnée au sous-paragraphe 5.2.1.1 :

$$\begin{aligned}
V_{Variable} &= \sum_{j=i+1}^{M} \rho_{t'_j} \times E_{\mathbb{Q}}\left[\widetilde{Fv}_{t'_j}\right] + 100 \times \rho_{t'_M} \\
&= \rho_{t'_{i+1}} \times Fv_{t'_{i+1}} + \sum_{i=i+2}^{M} \rho_{t'_j} \times E_{\mathbb{Q}}\left[\widetilde{Fv}_{t'_j}\right] + 100 \times \rho_{t'_M} \\
&= \rho_{t'_{i+1}} \times Fv_{t'_{i+1}} + 100 \times \sum_{i=i+2}^{M} \rho_{t'_j} \times \left[\frac{\rho_{t'_{j-1}}}{\rho_{t'_j}} - 1\right] + 100 \times \rho_{t'_M} \\
&= \rho_{t'_{i+1}} \times \left[100 + Fv_{t'_{i+1}}\right]
\end{aligned}$$

Finalement, on obtient la formule de valorisation recherchée pour la branche variable de la position de swap :

$$V_{Variable} = \left(100 + Fv_{t'_{i+1}}\right) \times \rho_{t'_{i+1}} \qquad avec \qquad Fv_{t'_{i+1}} = 100 \times R_{i,i+1} \times \frac{t'_{i+1} - t'_i}{360}$$

$\rho_{t'_{i+1}}$ est le facteur d'actualisation correspondant au taux zéro-coupon date de valeur t et date de maturité t'_{i+1}.

Au total, la market value à une date t quelconque (t'_i < t < t'_{i+1}) d'une position de swap de taux standard (receveur) en cours de vie s'écrit (pour un nominal de EUR 100) :

$$V_{Swap} = \underbrace{C \times \sum_{k=h+1}^{K} \rho_{t_k} + 100 \times \rho_{t,t_K}}_{Branche\ Fixe} - \underbrace{\left(100 + Fv_{t'_{i+1}}\right) \times \rho_{t'_{i+1}}}_{Branche\ Variable}$$

Cette formule de valorisation nous sera aussi utile pour le pricing des swaps de taux comme nous le verrons au paragraphe 5.2.2.

5.2.1.3 Valorisation par Arbitrage (FRN)

On a vu au paragraphe 5.2.1 que la branche variable du swap pouvait s'analyser comme une obligation à taux variable dont la maturité du taux de référence (ex : 3M) est égale à la périodicité des fixings (ex : 3M).

Cette situation est décrite par le graphique 5.4 ci-dessous.

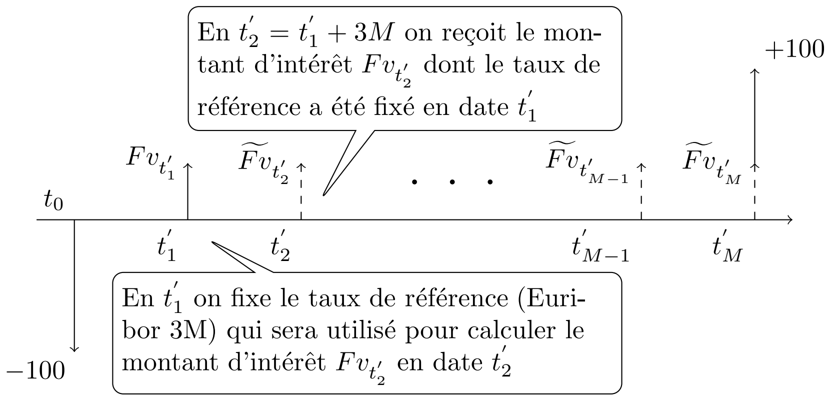

FIG. 5.4 – *Synthétique Obligataire de la Branche Variable d'un Swap*

Ce type d'instrument est appelé « Floating Rate Note » or plus simplement FRN.

Un FRN peut être analysé sous la forme d'un roll-over de prêt-emprunts c'est-à-dire par une succession de prêts (Long du FRN) ou d'emprunts (Short du FRN) de mêmes durées et négociés aux « fil de l'eau ».

Plus précisément, on a l'égalité suivante :

Long d'un FRN de maturité T qui verse un coupon $Fv_{t_i^{'}}$ aux dates $t_i^{'}$ ($t_i^{'} = t_0^{'} + \tau \times i \; et \; i > 0$) indexé sur un taux Euribor et tel que la périodicité des fixings est égale à la maturité τ du taux de référence
<==>
Un « roll-over » de prêts de maturités τ négociés aux taux du marché interbancaire (donc à ε-près aux taux des fixings Euribor). Seul le montant nominal du prêt (100) est « roulé », les intérêts $Fv^*_{t_i^{'}}$ sont conservés en trésorerie par le prêteur.
Le nombre total de prêts est $M = {}^{T}/{}_{\tau}$

Calculons les flux générés par les M prêts constitutifs du roll-over sur l'échancier constitué des dates $t_i^{'}$ (i=0...M).

Prêts	t'_0	t'_1	t'_2	$\cdots$	t'_{M-1}	t'_M
1	-100	$100 + Fv^*_{t'_1}$				
2		-100	$100 + Fv^*_{t'_2}$			
				$\ddots$		
M-1					$100 + Fv^*_{t'_{M-1}}$	
M					-100	$100 + Fv^*_{t'_M}$
Total	-100	$Fv^*_{t'_1}$	$Fv^*_{t'_2}$	$\cdots$	$Fv^*_{t'_{M-1}}$	$100 + Fv^*_{t'_M}$

TAB. 5.7 – Cashflows du Roll-Over de Prêts

Au total (dernière ligne du Tableau 5.7), on retrouve bien la structure de cashflows d'un FRN à ε-près[11]:

$$Fv^*_{t'_i} = Fv_{t'_i} \pm \epsilon$$

Sous hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA), un FRN est donc bien équivalent à un « roll-over » de prêts tel que défini dans l'encadré précédent.

Nous pouvons maintenant utiliser ce résultat pour calculer $\mathbf{V_{Variable}}$.

Du fait de la relation d'arbitrage précédente, si on se place à une date t quelconque (t'_i < t < t'_{i+1}), un FRN est synthétisé par :

- Le prêt « en cours » négocié au taux $R_{i,i+1}$, date de valeur t'_i et date de maturité t'_{i+1}
- Les prêts « à venir » mais non encore négociés à cette date t

Comme les prêts « à venir » seront négociés aux dates futures t'_{i+1}, t'_{i+2}, ..., t'_{M-1}, ils n'ont donc aucune valeur aujourd'hui (t) et seul le prêt « en cours » doit être pris en compte.

En conséquence, la valeur du FRN (et donc de la branche variable du swap) à la date t est égale à la valeur du prêt « en cours » :

$$V_{Variable} = \left(100 + Fv_{t'_{i+1}}\right) \times \rho_{t'_{i+1}} \qquad avec \qquad Fv_{t'_{i+1}} = 100 \times R_{i,i+1} \times \frac{t'_{i+1} - t'_i}{360}$$

On retrouve bien la formule obtenue par la méthode de « projection des taux forwards » au sous-paragraphe 5.2.1.2.

5.2.2 Pricing des Swap de Taux (Spot et Forward)

On traite d'abord le cas des swaps de taux à date de départ standard (spot) puis le cas des swaps de taux à départ différé (forward).

11. Rappelons que ε est l'erreur sur les taux des prêt-emprunts effectivement négociés par des banques de « première catégorie » par rapport au fixing Euribor correspondant déjà évoqué au Chapitre 2 dans l'étude des FRA

5.2.2.1 Pricing des Swaps à Départ Spot

Pricer un swap de taux (standard) sur une maturité non cotée c'est trouver le taux de swap C^* qui annule la market value du swap :

$$\boxed{V_{Swap}(C^*) = 0}$$

Partons de la formule générale de valorisation d'un swap de taux (cf. Paragraphe 5.2.1) et plaçons-nous à une date t correspondant à la date de début de période du premier coupon sur la branche fixe du swap (h = 0). Comme cette date t est aussi une date de début de période du premier coupon sur la branche variable du swap, le taux du fixing Euribor et le taux zéro-coupon sont identiques.

Dans ce cas particulier, la formule générale de valorisation peut être reécrite sous la forme suivante :

$$V_{Swap} = C \times \sum_{k=1}^{K} \rho_{t_k} + 100 \times \rho_{t_K} - 100$$

Le taux de swap C^* qui annule la market value du swap s'écrit donc :

$$C^* = \frac{100 \times (1 - \rho_{t_K})}{\sum_{k=1}^{K} \rho_{t_k}}$$

C'est la formule usuelle de pricing d'un swap de taux « fixe vs variable » (plain vanilla).

Une autre formule (obtenue à partir de la formule générale donnée au paragraphe 5.2.1) permet d'**interpréter le taux de swap C^* comme une « moyenne » des taux anticipés sur la branche variable** (évident si la périodicité des paiements est la même sur les deux branches) :

$$C^* = \frac{\sum_{j=1}^{M} \rho_{t'_j} \times E_{\mathbb{Q}}\left[Fv_{t'_j}\right]}{\sum_{k=1}^{K} \rho_{t_k}}$$

On constate donc que les swaps de taux « plain vanilla » sont des instruments à long terme liés à des taux à court terme (ex : Euribor 3M). Les taux de swap sont donc sensibles à tout les facteurs prépondérants dans la dynamique du marché interbancaire, au premier rang desquels figure la politique monétaire menée par la banque centrale de la zone monétaire considérée (cf. Paragraphe 5.3.4 pour une discussion sur l'impact des politiques monétaires sur les taux de swap).

5.2.2.2 Pricing des Swaps à Départ Différé

Notons que les deux formules précédentes s'appliquent aussi bien pour un swap à départ spot (J+2) que pour un swap à départ différé (> J+2).

Dans le cas particulier du pricing d'un swap à départ différé t_1 et date de maturité t_2 pour lequel la date de valeur t_1 est de type xA+J+2 où x est un multiple entier d'années, il est possible de calculer le taux de ce swap en fonction des taux des swaps départ spot de maturité t_1 et t_2.

Pour fixer les idées notons :

- C_1 : Le taux de swap date de valeur spot et date de maturité t_1

– C_2 : Le taux de swap date de valeur spot et date de maturité t_2

En appliquant la formule générale de pricing ci-dessus à ces deux swaps de taux, on trouve :

$$C_1 = \frac{\sum_{j=1}^{M_1} \rho_{t'_j} \times E_{\mathbb{Q}}\left[Fv_{t'_j}\right]}{\sum_{k=1}^{K_1} \rho_{t_k}} \qquad et \qquad C_2 = \frac{\sum_{j=1}^{M_2} \rho_{t'_j} \times E_{\mathbb{Q}}\left[Fv_{t'_j}\right]}{\sum_{k=1}^{K_2} \rho_{t_k}}$$

avec :

$$t_1 = t_{M_1} = t'_{K_1} < t_{M_2} = t'_{K_2} = t_2 \qquad (t_1, t_2 \,\epsilon\, \mathbb{N})$$

La même formule générale de pricing s'applique à un swap de taux à départ différé t_1 et date de maturité t_2. Plus précisément, on a :

$$C_{1,2}^{Fwd} = \frac{\sum_{j=M_1+1}^{M_2} \rho_{t'_j} \times E_{\mathbb{Q}}\left[Fv_{t'_j}\right]}{\sum_{k=K_1+1}^{K_2} \rho_{t_k}}$$

Puisque de façon triviale, on a :

$$\sum_{j=1}^{M_2} \rho_{t'_j} \times E_{\mathbb{Q}}\left[Fv_{t'_j}\right] = \sum_{j=1}^{M_1} \rho_{t'_j} \times E_{\mathbb{Q}}\left[Fv_{t'_j}\right] + \sum_{j=M_1+1}^{M_2} \rho_{t'_j} \times E_{\mathbb{Q}}\left[Fv_{t'_j}\right]$$

On en déduit l'égalité suivante :

$$C_2 \times \sum_{k=1}^{K_2} \rho_{t_k} = C_1 \times \sum_{k=1}^{K_1} \rho_{t_k} + C_{1,2}^{Fwd} \times \sum_{k=K_1+1}^{K_2} \rho_{t_k}$$

On obtient finalement la formule du taux de swap forward $C_{1,2}^{Fwd}$ en fonction des taux de swap spot C_1 et C_2 :

$$C_{1,2}^{Fwd} = C_2 + (C_2 - C_1) \times \frac{\sum_{k=1}^{K_1} \rho_{t_k}}{\sum_{k=K_1+1}^{K_2} \rho_{t_k}}$$

En pratique, il est possible de reproduire un swap « payeur du fixe » de taux fixe $C_{1,2}^{Fwd}$ à départ différé t_1 et date de maturité t_2 par les trois opérations suivantes :

1. Swap « payeur du fixe » de taux fixe C_2 à départ spot (t_0) et date de maturité t_2
2. Swap « receveur du fixe » de taux fixe C_1 à départ spot (t_0) et date de maturité t_1
3. Transfert des différentiels de taux fixes ($C_2 - C_1$) de $[t_0, t_1]$ vers $[t_1, t_2]$ sous la forme d'un accroissement uniforme $\triangle C_{1,2}^{Fwd}$ des taux fixes C_2

On montre que l'accroissement uniforme $\triangle C_{1,2}^{Fwd}$ est précisément égal à :

$$\triangle C_{1,2}^{Fwd} = (C_2 - C_1) \times \frac{\sum_{k=1}^{K_1} \rho_{t_k}}{\sum_{k=K_1+1}^{K_2} \rho_{t_k}}$$

Les swaps à départs différés (ou swaps forwards) sont principalement utilisés pour fixer un taux de prêt ou d'emprunt à terme de façon ferme[12].

12. Pour information, la version conditionnelle des swaps à départs différés (options sur swap) est appelée swaptions

5.3 Asset-Swap Gov/Corp

Un asset-swap est une position dans laquelle l'investisseur est simultanément long d'une obligation à taux fixe « in fine » (asset) émise par un émetteur public ou privé et payeur d'un swap de taux (fixe contre variable). On distingue deux types d'asset-swap :

1. Les asset-swap « non structurés » (couverture en sensibilité)
2. Les asset-swap « structurés » (couverture zéro-coupon)

Ces derniers peuvent êtres analysés, pricés et valorisés comme des instruments homogènes à part entière.

Cette section se termine par une discussion sur la hiérarchie et la dynamique des trois différentes courbes de taux (Etat, swap et corporate) ainsi que sur l'impact des politiques monétaires sur ces trois courbes de taux.

5.3.1 Asset-Swap « Non Structuré »

Un Asset Swap « Non Structuré » est une position dans laquelle l'investisseur est :

- Long (vs Short) d'une Obligation à Taux Fixe (Etat ou Corporate)
- Emprunteur (vs Prêteur) du Swap Standard de « même » maturité

L'objectif de la position de swap est de couvrir le risque de taux sur la position obligataire.

La couverture de l'obligation par le swap se fait en sensibilité (actuarielle ou zéro-coupon) en considérant la branche fixe du swap comme l'obligation de couverture. Le calcul du montant nominal N_{Swap} de la position de swap en fonction du montant nominal N_{Oblig} de la position obligataire est réalisé de la même façon qu'au Chapitre 1 (couverture mono-factorielle), à savoir :

$$N_{Swap} = N_{Oblig} \times \frac{S_{Oblig}}{S_{Swap}}$$

Dans cette formule, S_{Swap} et S_{Oblig} désignent les sensibilités (actuarielles ou zéro-coupon) respectives de la branche fixe du swap (flux en capital inclus) et de l'obligation.

Ainsi construite (cf. Graphique 5.5), la position est couverte contre un mouvement uniforme et homogène des courbes de taux obligataires et swap. Il subsiste néanmoins un risque de décorrélation entre le taux actuariel de l'obligation et le taux de swap correspondant. En d'autres termes, la position est sensible au spread entre le taux actuariel de l'obligation et le taux du swap.

(Long) Obligation à Taux Fixe (Financée en Repo)

$\Updownarrow$

Long Obligation Taux Fixe — Roll-Over Repo 3/6 Mois

$\Updownarrow$ Couverture en Sensibilité

Short Obligation "Au Pair" — Roll-Over Prêts 3/6 Mois

$\Updownarrow$

(Payeur) Swap de Taux (standard)

FIG. 5.5 – *Asset-Swap « Non Structuré »*

On appele « spread apparent » la différence entre le taux actuariel de l'obligation $\mathrm{R}_{\mathrm{act}}$ et le taux de swap C. Selon que le taux du swap C est calculé par simple interpolation dans la courbe des taux swap ou par un pricing dans la courbe des taux zéro-coupon swap sur la maturité de l'obligation, on parle de spread « apparent et interpolé » ou de spread « apparent et pricé ».

On a d'une manière générale :

$$\boxed{\text{Spread Apparent} = \text{Taux Actuariel Obligation} - \text{Taux Swap}}$$

Notons que dans le cas où l'obligation est « au pair » et le swap à la même maturité que l'obligation, le spread apparent s'écrit alors :

$$\begin{aligned} Spread &= R_{act} - C_{Swap} \\ &= R_{act} - \frac{100 \times \rho_{t_K} - 100}{\sum_{k=1}^{K} \rho_{t_k}} \\ &= \frac{R_{act} \times \sum_{k=1}^{K} \rho_{t_k} + 100 \times \rho_{t_K} - 100}{\sum_{k=1}^{K} \rho_{t_k}} \end{aligned}$$

soit :

$$Spread = \frac{P_{Swap}(R_{act}) - P_{Swap}(C_{Swap})}{\sum_{k=1}^{K} \rho_{t_k}}$$

Les asset-swaps « non structurés » permettent de jouer le spread apparent c'est-à-dire les mouvements de convergence ou de divergence entre le taux actuariel de l'obligation et le taux de swap. Ces positions ont pour avantage d'êtres simples à monter dans le marché. Par contre, elles ont pour principal défaut d'êtres construites sur la base d'une couverture (imparfaite) en sensibilité actuarielle et non d'une couverture (parfaite) de type zéro-coupon.

C'est précisément l'objectif des asset-swap « structurés » que de permettre de palier à ce défaut des asset-swap « non structurés ».

5.3.2 Asset-Swap « Structuré »

Un asset-swap « structuré » transforme une obligation à taux fixe en une obligation à taux variable émise au « pair » via une couverture zéro-coupon de l'obligation par la branche fixe du swap.

Cette transformation nécessite de recourir à un swap « hors marché » structuré comme suit :

- La branche fixe du swap reproduit exactement les cashflows de l'obligation (hors nominal)
- La valeur du swap est égale au pair moins le prix de l'obligation

Cette valeur (non nulle) du swap donne lieu au versement d'une soulte à l'initialisation de l'opération.

On appelle spread ou marge d'asset-swap, la marge à appliquer au taux variable du swap pour permettre l'ajustement entre la branche fixe, la branche variable et la soulte.

Mathématiquement[13], le calcul du spread d'asset swap pour une obligation ayant les caractéristiques suivantes :

- Prix net : P
- Coupon couru : CC
- Taux de coupon : C
- Périodicité : Annuelle
- Date de négo : $t_0 = 0$
- Dates flux : $\{t_k\}_{k=1...K}$

commence par le pricing du swap « hors marché ». On utilise ici la méthode de valorisation par projection des taux forwards. On obtient :

$$\boxed{V_{Swap} = \underbrace{M_{a-s} \times \sum_{j=1}^{J} \rho_{t'_j} \times \tau + 100 \times (1 - \rho_{t_K})}_{Branche\,Variable} - \underbrace{C \times \sum_{k=1}^{K} \rho_{t_k}}_{Branche\,Fixe}}$$

Avec les notations supplémentaires :

- Facteur d'actualisation : ρ_t
- Dates flux variables : $\left\{t'_j\right\}_{j=1...J}$
- Fraction d'année : τ
- Marge d'asset-swap : $M_{a\text{-}s}$

Il ne reste plus qu'à imposer que la valeur du swap soit égale au pair moins le prix de l'obligation :

$$V_{Swap} = 100 - (P + CC)$$

On obtient finalement la marge de l'asset-swap « structuré » :

$$M_{a-s} = \frac{C \times \sum_{k=1}^{K} \rho_{t_k} + 100 \times \rho_{t_K} - (P + CC)}{\sum_{j=1}^{J} \rho_{t'_j} \times \tau}$$

Toutes choses égales par ailleurs, le spread d'asset swap dépend donc de la périodicité τ de la branche variable du swap ainsi que la forme de la courbe des taux swap[14].

A titre d'exemple, calculons la marge d'asset-swap d'une obligation d'Etat de maturité (résiduelle) 5A qui verse un coupon de 3.75% et vaut 102.75% dans le marché. La périodicité des flux sur la branche variable de l'asset-swap est de 6M.

En appliquant directement la formule précédente, on trouve :

13. Le calcul de la marge d'asset-swap qui suit est tiré de Chazot C. & Claude P. (1999)
14. Les marges contre Euribor 3M et Euribor 6M sont donc différentes

$$M_{a-s} = \frac{3.75\% \times 4.56520 + 100\% \times 0.84570 - 102.75\%}{9.21006 \times 0.5} = -0.23037\%$$

Les facteurs d'actualisation utilisés sont ceux déjà calculés dans l'exemple du paragraphe 5.1.4.

Notre obligation d'Etat traite donc à « Euribor - 23bp ».

<u>Fin de l'exemple numérique.</u>

Si le montant nominal N de l'asset-swap est financé par un roll-over d'emprunts négociés aux taux Euribor (cas des banques de première catégorie) selon une périodicité égale à la périodicité de la branche variable du swap alors cette position rapporte à son détenteur un flux de cashflows positifs tous égaux à :

$$CF_{t'_j} = N \times M_{a-s} \times \tau$$

Acheter un asset-swap « structuré » revient donc à acheter un titre à taux variable émis au « pair » qui paye Euribor plus une marge fixe M tout les 3/6 Mois (cf. Graphique 5.6).

(Long) Obligation à Taux Fixe

$$\Updownarrow$$

$$\overbrace{\text{-(P+CC);C;...;100+C} \qquad 100; -Fv_{t'_1}; ...; -Fv_{t'_1} - 100}$$

$\Updownarrow$ Couverture Exacte (Cashflows)

$$\underbrace{\text{P+CC;-C;...;-C} \qquad 0; -Fv_{t'_1} + M; ...; -Fv_{t'_1} + M}$$

$$\Updownarrow$$

(Payeur) Swap de Taux (Structuré)

FIG. 5.6 – *Asset-Swap « Structuré »*

Dans le cas où l'obligation est financée par un roll-over de repos négociés aux taux Euribor plus une marge M_j^{Repo} pour le j-ième repo, il faut retrancher cette marge repo au cashflow trimestriel :

$$CF_{t'_j} = N \times \left(M_{a-s} - M_j^{Repo}\right) \times \tau$$

Un tel montage revient donc à « swapper » une marge fixe (celle de l'asset-swap) contre une marge variable (cette du roll-over de repos). Par abus de language, on peut dire qu'il s'agit d'un « swap de marges » plain vanilla (fixe contre variable).

Asset-Swap Financé en Repo <==> Swap de Marges (Fixe vs Variable)

Par analogie avec le cas d'un swap de taux plain vanilla (fixe contre variable), on en déduit que la marge d'un asset-swap peut s'interpréter comme une « moyenne » des marges repos anticipées sur le roll-over de repos. Puisque la marge repo est négative, la marge d'asset-swap d'un titre d'Etat AAA est aussi négative.

Par contre, les marges sur les titres corporates sont généralement positives du fait du risque de crédit [15]

5.3.3 Valorisation, Risques et Financement

La **valorisation d'une position d'asset-swap** en cours de vie peut être réalisée de deux façons :

1. La valorisation d'un asset-swap qu'il soit structuré ou pas peut être obtenue simplement à partir des valorisations des éléments qui le composent :
   (a) La partie obligataire
   (b) La partie swap
2. Un asset-swap structuré peut être valorisé par inversion (fictive) de la position et valorisation du flux de différentiels de marges (connu et certain) qui résulte de cette inversion

La première méthode ne pose pas de problème particulier puisque nous savons comment valoriser une obligation (cf. Chapitre 3) et un swap (cf. Section 5.2 du présent chapitre). Nous allons nous contenter de décrire la seconde méthode qui consiste à considérer un asset-swap comme un instrument financier autonome sans faire référence aux instruments utilisés pour sa création.

Supposons que l'on est long d'un asset-swap, pour un montant nominal N, négocié à une marge M_0 en t_0 et plaçons-nous à une date $t_i^{'}$ de début de période de coupon (variable). On note M_i la marge de l'asset-swap cotée dans le marché à la date $t_i^{'}$.

On va donc inverser notre position (fictivement) via une position « vendeuse » sur l'asset-swap négociée à ce niveau de marge M_i.

Notre situation (latent) est maintenant la suivante :

- Les parties « Euribor » des cashflows de la position « acheteuse » initiale et de la position « vendeuse » (couverture) s'annulent mutuellement
- Seules subsistent les parties « marges » des cashflows des positions « acheteuse » et « vendeuse »

15. La marge d'asset-swap d'une obligation corporate mesure la prime de risque de crédit sur le cette obligation « au dessus » de la courbe des taux swaps. Une autre approche couramment utilisée consiste à calculer le spread de crédit de cette obligation par rapport à la courbe des taux zéro-coupon Etat. Considérons une obligation à taux fixe « in fine » émise par un émetteur corporate à un taux facial C et pour une maturité N (en années). On appelle « valorisation en spread » de cette obligation, la relation entre le prix de l'obligation et le spread « actuariel » à appliquer à la courbe des taux zéro-coupon Etat dans le pricing de l'obligation :

$$P = \sum_{n=1}^{N} \frac{C}{(1+Z_n^{Etat}+Spread)^n} + \sum_{n=1}^{N} \frac{100}{(1+Z_n^{Etat}+Spread)^N}$$

Cette formule de pricing est couramment utilisée dans les deux sens :
- Calcul du spread de crédit à partir du prix de l'obligation coté dans le marché (cas des titres les plus liquides)
- Calcul du prix de l'obligation à partir du spread de crédit (cas des titres illiquides)

Le spread de crédit représente le surcroît de rémunération demandé par le marché pour rémunérer le risque de crédit sous-jacent. Notons que pour un émetteur donné, la connaissance de ces spreads de crédit sur différentes maturités permet de calculer les probabilités de défaut « implicites » pour un taux de recouvrement en cas de défaut donné (cf. Chapitre 9).

Au total, la valorisation du latent de notre position d'asset-swap s'écrit donc[16] :

$$V_{asset-swap} = N \times (M_0 - M_i) \times \tau \times \sum_{j=i}^{J} \rho_{t'_j}$$

On constate que, toutes choses égales par ailleurs, la valorisation de notre position d'asset-swap est directement proportionnelle au différentiel de marges. Dans le cas particulier où les marges sont identiques, la valorisation de la position (latent) est nulle.

Enfin, la valorisation d'une position d'asset-swap dans les deux cas particuliers où la date de valorisation correspond à la date de négociation ou à la date de maturité est explicitée dans le tableau 5.8 ci-dessous.

	Hors financement	Financement en Repo
Date de Négociation	100% de la valeur nominale de la position	0
Date de Maturité	Somme des intérêts reçus (Euribor 6M + marge négociée au départ) capitalisés au JJ (par exemple)	Somme des marges reçues capitalisées au JJ (par exemple) si l'asset-swap est financée par un roll-over d'emprunt à 6M (pour un investisseur empruntant au taux interbancaire)

TAB. 5.8 – Valorisation d'un Asset-Swap en Date de Négociation/Maturité

Décrivons maintenant les risques attachés à une position (longue) d'asset-swap.

Le détenteur de cette position supporte deux types de risques :

- Un <u>risque de défaut</u> de l'émetteur pendant la durée de vie de l'asset-swap
- Un <u>risque de marge</u> lié aux fluctuations de la marge de l'asset-swap au cours du temps

Ces deux risques n'ont pas le même impact selon que la position est prise dans une perspective de court terme (trading) ou dans une perspective de long terme (investissement) :

- Si <u>l'horizon d'investissement est (très) inférieur à la maturité de l'asset-swap</u>, l'investisseur est principalement soumis au risque de marge qui dépend essentiellement de l'évolution de la confiance accordée par le marché dans la capacité de l'émetteur à rembourser sa dette pour des émetteurs corporate ainsi qu'à d'autres facteurs techniques. La formule de valorisation d'un asset-swap donnée ci-dessus montre qu'un tel comportement s'assimile à du trading de marge (l'opérateur fait un pari sur la marge).
- Si <u>l'horizon d'investissement est égal à la maturité de l'asset-swap</u>[17], Le principal risque pour un investisseur « long terme » est lié une dégradation de la solvabilité de l'émetteur de l'obligation pouvant éventuellement déboucher sur un défaut (partiel ou total, provisoire ou définitif). Les positions d'asset-swap conservées jusqu'à échéance sont en général construites sur la base d'obligations corporate notées « Investment Grade »

16. Notons qu'en pratique, lorsque la position est réellement inversée dans le marché, l'investisseur peut négocier avec le market-maker le paiement d'une soulte permettant de solder la position d'asset-swap en cash

17. Dans ce cas, il n'y a pas d'intérêt particulier à monter ce type de position sur des emprunts d'Etat puisque l'espérance de gain est nul à long terme (en vertu de notre analyse d'un asset-swap Etat financé en repo, du paragraphe 5.3.2)

par les grandes agences de notation[18] qui offrent des marges d'asset-swap positives[19] tout en bénéficiant d'une signature de « bonne qualité » et donc un risque de défaut « modéré » (au contraire des obligations corporate notées « Speculative Grade »).

5.3.4 Hiérarchie et Dynamique des Courbes de Taux

En plus des taux swaps et des taux Etat, un troisième type de courbe de taux doit être pris en compte : les taux corporate. Ces trois courbes de taux peuvent être classées en fonction du risque « sous-jacent » (par ordre croissant du risque) :

- Etat : « sans risque » (pour les Etats notés AAA)
- Swap : représentatif du risque bancaire
- Corporate : risque des sociétés industrielles et commerciales non bancaires

Notons qu'en pratique, il n'y a pas une seule courbe des taux corporate mais autant de courbes de taux corporate qu'il y a d'émetteurs d'obligations corporate.

En règle générale, ces trois types de taux sont hiérarchisés de la façon suivante (à notations identiques) :

$$\text{Taux Etat} < \text{Taux Swap} < \text{Taux Corporate}$$

Il s'agit d'une hiérarchie « normale » des primes de risques qui tient compte du fait que :

- L'Etat dispose du droit (régalien) de lever l'impôt sur le territoire sur lequel il exerce son autorité
- La liquidité des banques commerciales est garantie par la Banque Centrale ce qui réduit le risque de défaut (mais ne l'élimine pas totalement)
- Les sociétés industrielles et commerciales n'ont aucune garantie d'être refinancées par le secteur bancaire, le risque de défaut constitue donc une issue plus ou moins probable pour ces sociétés en fonction de la qualité de leurs structures financières et de leurs perspectives de résultats[20]

Bien que cette hiérarchie des courbes de taux soit en général respectée, **les écarts de taux eux ne sont pas statiques mais varient au cours du cycle économique et plus spécifiquement en cas de crise.** Que ce soit dans la phase de ralentissement du cycle économique ou dans les crises plus ponctuelles, les investisseurs arbitrent entre les différents investissements possibles en faveur des actifs et/ou des instruments moins risqués et plus liquides.

De façon non exhaustive on observe les mouvements inter-classes suivants :

Actions → Obligations

Marchés émergeants → Marchés développés

Actifs non cotés → Actifs cotés

Les mouvements inter-classes sont les plus visibles mais les mouvements intra-classes sont aussi observables :

18. Il existe de nombreuses agences de notation financières mais les plus « écoutées » pour des raisons historiques sont indiscutablement Moody's et Standard and Poor's

19. Du fait de taux de rendement actuariels plus élevés que les obligation d'Etat de mêmes caractéristiques exigés par le marché pour rémunérer le risque de défaut (rappel)

20. En pratique cependant les sociétés dites « too big to fail » disposent d'une garantie implicite des pouvoirs publics

Small & mid caps → Blue ships
Valeurs de croissances → Valeurs défensives
Dettes corporates → Dettes Etat
« Off-the-run » Treasuries → « On-the-run » treasuries
Dettes longues → Dettes courtes
Dettes d'Etat des pays « périphériques » → Dettes d'Etats des pays « core »

L'impact d'une telle réallocation d'actifs [21] sur les marchés de dette entraîne généralement une baisse des taux Etat, une hausse des taux des obligations corporates et des taux de swap.

↓ Taux Etat (AAA) & ↑ Taux Swap & ↑ Taux Corporate

En cas de crise sur la liquidité bancaire [22] les Banques Centrales peuvent intervenir de trois façons différentes selon la gravité de la crise :

1. Elles peuvent baisser le prix de la liquidité en baissant le ou les taux d'intérêts consentis aux banques commerciales
2. Elles peuvent garantir l'offre de liquidité en se portant prêteurs en dernier ressort au près des banques commerciales
3. Elles peuvent baisser leurs exigences en matières de collatéraux (créances sur l'économie) demandés en garanti des prêts consentis aux banques commerciales

Si le premier levier de la politique monétaire est le plus souvent utilisé, il peut s'avérer insuffisant en cas de crise grave et/ou prolongée. Il peut même devenir inopérant après plusieurs utilisations successives (cycle de baisses des taux) sans que cela n'ai d'impact positif sur la crise. Dans cette situation où les taux sont proches de zéro, les autres leviers doivent êtres utilisés pour palier à des problèmes de crise de confiance interbancaire (second levier) et/ou à la dégradation des bilans (actifs) des banques (troisième levier).

En terme de politique de taux, les banques centrales ont deux façons d'agir sur les taux d'intérêts « interbancaires » [23] :

1. Elles influent directement sur les taux interbancaires à court terme via le niveau de leurs taux d'intervention
2. Elles influent indirectement sur les taux de swap (avec indexation interbancaire) via les indications qu'elles donnent aux marchés et les anticipations qui en résultent sur leurs politiques de taux « à venir » (cf. formule de pricing d'un swap départ spot au sous-paragraphe 5.2.2.1)

Ce second canal de la politique monétaire permet un contrôle (indirect et décalé) sur les taux pratiqués par les banques commerciales vis-à-vis des entreprises (taux corporate). Par contre, ce canal n'est efficace que si la Banque Centrale concernée est jugée crédible par les acteurs du marché car ce sont ces derniers qui « fixent » les taux long terme (swap) via leurs anticipations et les prises de positions qui en résultent.

21. On parle de « fly-to-quality » lorsque le mouvement est durable et de forte amplitude et de marché en mode « risk off » (vs « risk on ») lorsque le mouvement est ponctuel et de faible amplitude
22. Comme en 1997 (Asie), 1998 (Russie/LTCM), 2007 (Subprime), 2008 (Lehman Brothers) ou plus récemment en 2011 (Euro/PIGS)
23. Bien que le marché interbancaire n'ait pas vocation à constituer une ressource importante et/ou structurelle pour les banques commerciales, les taux qui s'y forment sont « directeurs » pour l'ensemble du secteur bancaire (coût de la ressource) et par extension pour l'ensemble de l'économie (crédits aux entreprises et aux ménages)