

## Exercice 8

On considère la courbe des taux obligataires (Etat) au « pair » suivante :

Maturité	1A	2A	3A	4A	5A
Tx (%)	3	3.5	4	4.5	5

On se donne un MBS à périodicité des cashflows annuelle (pour simplifier)

	Type de Taux	Taux de Coupon	Maturité	Périodicité	Prix de marché
MBS	Fixe	5.75	5A	Annuelle	101

Question 1 : Calculer la structure d'amortissement normale du MBS (annuités constantes) ainsi que les caractéristiques suivantes :

- Taux actuariel
- Duration
- Durée de vie moyenne
- Spread par rapport à l'obligation d'Etat (fictive) de même durée de vie moyenne
- Spread zéro-coupon

Est-ce que le scénario d'amortissement standard vous semble cohérent compte tenu du taux actuariel du MBS?

Question 2 : Recalculer les structures d'amortissements ainsi que les caractéristiques du MBS (cf. question 1) pour les taux de prepaiement suivants :

- 1% CPR
- 5% CPR
- 10% CPR

Expliquer pourquoi le spread zéro-coupon augmente avec le taux de prepaiement ?

Question 3 : On se donne un modèle de prepaiement extrêmement simplifié qui consiste à définir le taux de prepaiement applicable à la date k comme une fonction du spread entre le taux de coupon du MBS et le taux zéro-coupon 1A dans k Ans :

$$\text{CPR}(\text{Spread}) = \frac{45\%}{1 + e^{-\lambda \times (\text{Spread} + \theta)}} \quad \text{avec } \lambda = 1 \quad \text{et } \theta = -2$$

Recalculer les structures d'amortissements ainsi que caractéristiques du MBS correspondants aux deux hypothèses suivantes :

- le taux 1A reste constant
- les taux 1A forwards se réalisent

Expliquer la différence entre les deux spreads zéro-coupon obtenus.

Question 4 : On suppose que le taux 1A suit un processus binomial avec une volatilité de 15%. Calculer la structure d'évolution des taux 1A (sur 5A) cohérente avec les prix des obligations d'Etat au pair. Nb : On obtiendra ainsi 16 scénarios d'évolution du taux 1A.

Question 5 : Calculer l'OAS du MBS sur la base des scénarios d'évolution du taux 1A calculés à la question 4 ainsi que le coût des options de prepaiement. Calculer la duration et la convexité du MBS. Quel commentaire peut-on faire quant au signe de la convexité ? Vous êtes long de USD 10M du MBS, calculer le montant nominal d'obligation Etat 3A qu'il faut vendre pour couvrir en duration la position. Quels sont les risques couverts et les risques résiduels ?